

А.Ф. КИРИЧЕНКО, д-р. техн. наук, НТУ "ХПИ" (г. Харьков),
Н.В. МАТЮШЕНКО, канд. техн. наук, НТУ "ХПИ" (г. Харьков)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ АРОЧНЫХ ЗУБЬЕВ С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ФОРМОЙ

В даній статті отримано математичну модель поверхні зубів циліндричних передач Новикова ДЛЗ з еліптичною подовжньою формою, що нарізані різцевою головкою.

The mathematical model tooth geometry of gears are studied. An equation of the ellips-arc tooth's surface of Novikov's cylindrical gearing with two action lines is found in the present note by the duplex spread blade method.

Постановка проблемы. Среди всех видов передач зацеплением наибольшее распространение имеют цилиндрические зубчатые передачи, из которых особо следует выделить передачи с арочными зубьями, обеспечивающими значительное повышение нагрузочной способности, плавности и бесшумности работы передаточных механизмов. Применение этих передач позволяет существенно улучшить технико-экономические показатели современных изделий машиностроения.

В связи с этим исследования, направленные на создание новых, обладающих высокими критериями работоспособности арочных зубчатых передач, отвечают требованиям научно-технического прогресса современного машиностроения.

Анализ литературы. В ранее применявшихся арочных передачах [1 – 5] не использовались в полной мере все заложенные в них резервы. Одна из основных причин такого положения заключалась в отсутствии систематизированной научно-обоснованной методики геометрических расчетов на базе адекватной математической модели зубчатого зацепления и в соответствии с существующими [6 – 10] технологиями зубонарезания. Первоочередной этап предполагает всесторонний анализ и учет особенностей влияния продольной формы зуба на геометрические характеристики. Поэтому настоящая задача является актуальной.

Цель статьи. Вывод уравнения активной поверхности арочного, с циклоидальной формой по длине, зуба цилиндрических передач Новикова ДЛЗ, нарезанных резцовой головкой.

Решение. Особенности зацепления Новикова ДЛЗ требуют постоянство торцового сечения зуба колеса по всей длине зуба, т.к. тогда нормальная

кривизна сопряженной поверхности в точке контакта соответствует геодезическому кручению вдоль контактных линий как на заплоской части зуба, так и на доплоской. Учитывая то, что зуб не косой, а арочный, общий вид уравнения активной поверхности арочного зуба имеет вид:

$$\begin{cases} x(\mu, \varphi) = R_{oz} \sin \left(\varphi + \arctg \left(\frac{x(\mu)}{y(\mu)} \right) \right); \\ y(\mu, \varphi) = R_{oz} \cos \left(\varphi + \arctg \left(\frac{x(\mu)}{y(\mu)} \right) \right); \\ z(\mu, \varphi) = f(\mu, \varphi). \end{cases} \quad (1)$$

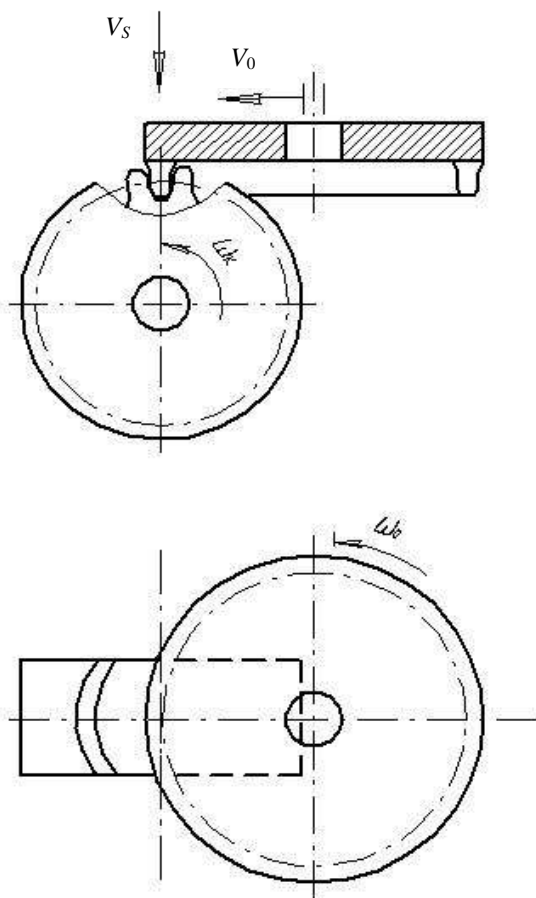


Рис. 1

Функция $R_{o_z} = \sqrt{x^2(\mu) + y^2(\mu)}$ – радиус цилиндра, определяемый точкой $\tilde{M}(x(\mu); y(\mu))$, которая является текущей точкой срединного профиля зуба колеса. Этот профиль получен как огибающая однопараметрического семейства (μ -параметр) мгновенных положений исходного контура режущего инструмента. В зависимости от вида функции $f(\mu, \varphi)$ получаем ту или иную форму активной поверхности арочного зуба колеса.

Рассмотрим случай, когда при зубонарезании используют специальные резцовые головки, в которых резцы установлены группами так, что окончательное формообразование каждой впадины между зубьями на заготовке осуществляется резцами только одной группы. При этом инструменту сообщается вращение вокруг своей оси и поступательное движение, согласованное с вращением заготовки, а подача врезания производится вдоль оси инструмента.

В частности, при определенном согласовании вращения (см. рис. 1) заготовки и поступательного движения резцовой головки получим эллиптическую в продольном направлении форму зуба.

Запишем каноническое уравнение эллипса в системе координат (l, z)

$$\frac{l^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1, \quad (2)$$

где a и b – полуоси эллипса (рис. 2).

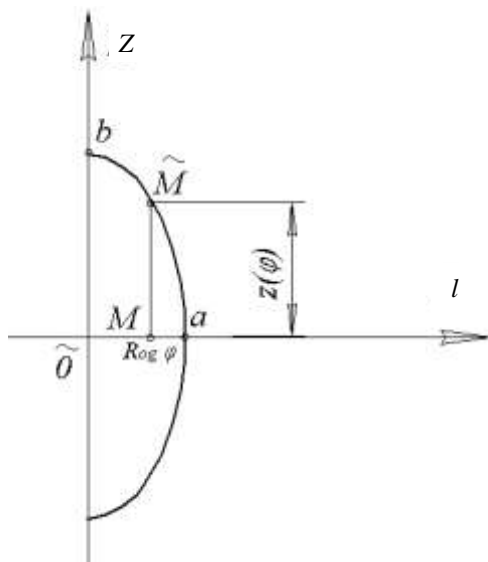


Рис. 2

Тогда каждой точке $M \in l$ соответствует точка \tilde{M} на эллипсе

$$z_{\tilde{M}} = z(\mu, \varphi) = z(\varphi) = b \sqrt{2 \left(\frac{R_{o\varphi}}{a} \varphi \right) - \left(\frac{R_{o\varphi}}{a} \varphi \right)^2}. \quad (3)$$

При этом, так как $|z| \leq 0,5b_w$, то при $z \geq 0$ и $b \geq 0,5b_w$

$$0 \leq \varphi \leq \frac{a}{R_{o\varphi}} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{0,5b_w}{b} \right)^2} \right). \quad (4)$$

Итак, уравнение (1) активной поверхности арочного зуба с эллиптической формой образующей имеет вид

$$\begin{cases} x(\mu, \varphi) = R_{o\varphi} \sin \left(\varphi + \arctg \left(\frac{x(\mu)}{y(\mu)} \right) \right); \\ y(\mu, \varphi) = R_{o\varphi} \cos \left(\varphi + \arctg \left(\frac{x(\mu)}{y(\mu)} \right) \right); \\ z(\mu, \varphi) = b \sqrt{2 \left(\frac{R_{o\varphi}}{a} \varphi \right) - \left(\frac{R_{o\varphi}}{a} \varphi \right)^2}. \end{cases} \quad (5)$$

На рис. 3 показана графическая реализация средствами пакета Maple 5 вышеизложенной методики построения арочного зуба.

Выводы. Полученное уравнение позволяет находить в каждом конкретном случае локально-геометрические характеристики поверхности в номинальных точках контакта и локально-кинематические свойства зацепляющейся пары колес. Технология изготовления колес с арочной формой зубьев требует уточнения с целью обеспечения постоянства геометрии торцовых профилей зуба колеса. При этом система зацепления может быть как плоской, так и пространственной. Арочная форма зубьев обеспечивает необходимую локализацию пятна контакта по их длине за счет варьирования продольной кривизной сторон зубьев. Продольная кривизна арочных зубьев является одним из основных факторов, определяющих контактную и изгибную прочность.

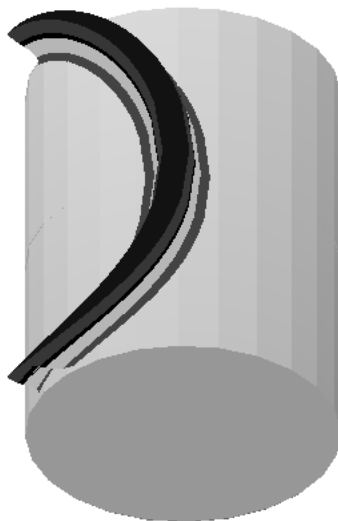


Рис. 3

Список литературы: 1. Айрапетов Э.Л., Айрапетов С.Э., Мельникова Т.Н. О выборе продольной кривизны арочных зубьев // Цилиндрические передачи с арочными зубьями: Тез. докл. зонального семинара. – Курган, 1983. – С. 11. 2. Паулиныш К.К. Особенности зубофрезерных головок для зацепления Новикова и развитие головок системы «Рига» // Автоматизация технологической подготовки производства. – Рига, 1983. – С. 25 – 27. 3. Паулиныш К.К. Квазиэвольвентное зацепление в арочных цилиндрических передачах // Исследование и повышение качества поверхностей и эксплуатационных свойств материалов и изделий. – Рига, 1983. – С. 45 – 56. 4. Догода М.И., Тереник В.Д. Зубчатые передачи с круговой и циклоидальной линией зуба и технологические особенности их изготовления // Технология механосборочного производства. – Краматорск, 1975. – Вып.19. – С. 55 – 59. 5. Догода М.И., Тереник В.Д., Гоголев О.П. Зубчатые передачи с эллиптической линией зуба и особенности их изготовления // Технология механосборочного производства. – Краматорск, 1979. – Вып. 5. – С. 55. 6. Догода М.И., Тереник В.Д., Гоголев О.П. Резцовая головка для нарезания зубчатых деталей // Исследования в области инструментального производства и обработки металлов резанием. – Тула, 1980. – Вып.12. – С. 105 – 108. 7. Догода М.И., Коуба Ю.Ф. Оптимизация геометрических параметров арочных передач с зацеплением Новикова // Перспективные направления создания новых и совершенствование существующих конструкций тяжело нагруженных редукторов и прогрессивная технология их изготовления. Тез. докл. науч.-техн. конф. – Краматорск, 1987. – С. 145. 8. Догода М.И., Еремин В.Е. Проблемы освоения высокоэффективных арочных передач и средств для их производства // Проблемы качества и долговечности зубчатых передач и редукторов. Тр. междунар. научн.-техн. конф. – Харьков, 1997. – С. 149 – 153. 9. Догода М.И., Корсун И.П. Нарезание арочных зубьев на колесах и рейках // Машиностроитель. – М., 1988. – №1. – С. 20. 10. Ерихов М.Л. Цилиндрические передачи с арочными зубьями: особенности и возможности // Цилиндрические передачи с арочными зубьями. Расчет, проектирование, изготовление: Тез. докл. зон. сем. – Курган, 1983. – С. 3 – 5.

Поступила в редакцию 16.09.2004